



Das Brachystochronen-Problem




Hast du dir schon einmal überlegt, wo man in der Technik statt einer Geraden besser eine Zyklode einsetzen sollte? Auf Schnelligkeit kommt es beispielsweise bei der Rettung von Menschen aus dem Flugzeug an – eine Notrutsche sollte also eine Zyklode sein.


Wenn du dich näher mit dem Brachystochronen-Problem beschäftigen möchtest, hast du die Möglichkeit entweder mit dem nachfolgend beschriebenen Versuchsaufbau die Gerade als kürzeste Verbindung und die Zyklode als schnellste Verbindung miteinander zu vergleichen. Oder du experimentierst im Computer mit dem Programm [EvoBrach](#) auf dieser Internetseite.

1. Bau einer Kugelbahn

1.1 Du brauchst

- Ein Team aus 2 Personen
- Folgende Materialien:

| | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |
| Alter: Ab 15 Jahre | Schwierig- keitsgrad: mittel | Dauer: 2 Doppel- stunden |

| Menge | Material | Maße | Bezugsquelle | Preis |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------|
| 2 | durchsichtige Kunststoffschläuche $\varnothing_{\text{innen}} \approx 16 \text{ mm}$ | jeweils 2,30 m lang | Baumarkt | ca. 3 € pro m |
| 1 | Holzlatte | ca. 2,4 cm x 4,8 cm x 200 cm | Baumarkt | ca. 50 Cent pro m |
| 20 | Schlauchschellen | \varnothing : mind. 12-22 mm | Baumarkt | ca. 1,20 € pro Stück |
| mind. 20 | Kabelbinder | 290 mm lang | Baumarkt | ca. 3 € pro 50 Stück |
| 2 | Plastikblumentöpfe | \varnothing : ca. 8 cm | Baumarkt | ca. 50 Cent pro Stück |
| 2 | Halbedelsteinkugeln | \varnothing : 10 mm | Bastelbedarf | ca. 70 Cent pro Stück |
| 2 | Pappkartons z.B. Umzugskarton | 80 cm x 200 cm, 75 cm x 75 cm | - | - |
| 2 | Stativständer | - | Schulinventar | - |
| 2 | Stativstangen | mind. 75 cm lang | Schulinventar | - |
| 2 | Schraubzwingen | - | Schulinventar | - |
| 2 | Universalmuffen |  | Schulinventar | - |
| Sonstiges: Schere, Teppichmesser, Klebeband, Klebefilm, Reissnägel, Bleistift, Permanentstift, Meterstab oder Papiermaßband, Kreuz- und Schlitz-Schraubenzieher, Schnur (mind. 45 cm lang), Stoppuhr. | | | | Gesamtpreis: ca. 40-45 € |

Info

Versuch

Auswertung

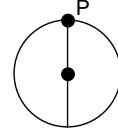
Lösung



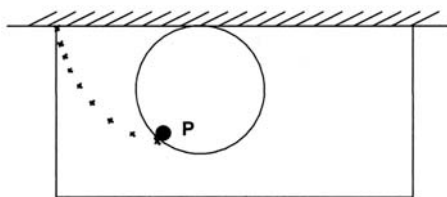
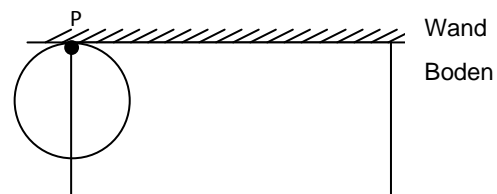
Das Brachystochronen-Problem

1.2 Versuchsaufbau

- Zeichne auf den quadratischen Pappkarton einen Kreis mit Radius 35 cm. Als Hilfsmittel kannst du Bleistift, Schnur oder Maßband und Reisinagel benutzen.
- Schneide den Kreis aus. Markiere einen beliebigen Punkt P auf dem Rand des Kreises und zeichne jene Kreissehne ein, die den Punkt P mit dem Kreismittelpunkt verbindet.

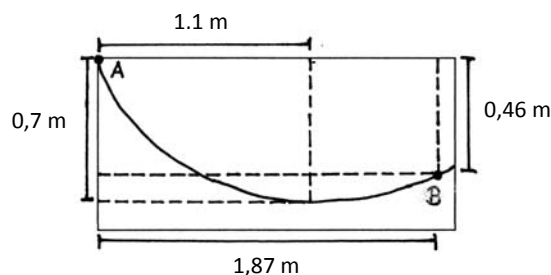


- Schiebe den rechteckigen Pappkarton mit seiner breiteren Seite gegen eine Wand und lege den Kreis so an, dass der Punkt P auf der oberen linken Ecke und die eingezeichnete Kreissehne auf der senkrecht zur Wand stehenden Rechteckseite zu Liegen kommt.



- Rolle den Kreis an der Wand entlang nach rechts. Verfolge die Bahn, welche der Punkt P dabei beschreibt, indem du in regelmäßigen Abständen dort, wo sich der Punkt P gerade befindet, ein kleines Kreuz auf die Unterlage malst.

- Verbinde die aufgezeichneten Kreuze zu einer Kurve (= Zykloide). Ob du richtig gezeichnet hast, siehst du, wenn die Maße deiner Zeichnung in etwa mit den Maßen nachstehender Abbildung übereinstimmen. Stimmen sie nicht überein, bitte neu zeichnen. Beschrifte Anfangs- und Endpunkt der Kugelbahn wie in der Abbildung mit A und B.



Info

Versuch

Auswertung

Lösung



Das Brachystochronen-Problem

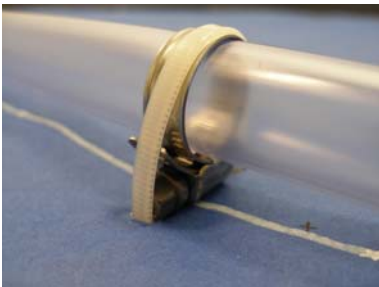
- Als nächstes soll einer der Schläuche mit Hilfe von Kabelbindern entlang der vorgezeichneten Kurve auf dem Pappkarton fixiert werden. Damit der Schlauch beim Festzurren der Kabelbinder nicht deformiert, müssen zuvor mindestens 6 Schlauchschellen am Schlauch angebracht werden: Eine am Anfang, eine kurz vor dem Zielpunkt B, eine im Tiefpunkt der Kurve und die restlichen in regelmäßigen Abständen irgendwo dazwischen. Bringe hierzu den Schlauch inklusive Schlauchschellen in Position. Der Schlauch sollte direkt in A beginnen und dann geht es wie folgt weiter:



- Schlauchschellen vorsichtig zuziehen.



- Die Begrenzung der Schelle links und rechts markieren.



- An den markierten Stellen Löcher bohren, Kabelbinder einfädeln und auf der Rückseite festzurren.



- Den Schlauch ca. 2-3 cm hinter dem Zielpunkt B abschneiden, den Plastik-Blumentopf halbieren und wie dargestellt anbringen.

- Richte die komplette Konstruktion senkrecht auf und befestigt sie in dieser Position an der Wand oder am Tisch.

Info

Versuch

Auswertung

Lösung



Das Brachystochronen-Problem

- Der restliche Aufbau ist den nachstehenden Abbildungen zu entnehmen. Der zweite Schlauch wird an seinem linken Ende ca. 2 cm eingekerbt (siehe unten), an der hochkant gestellten Holzlatte befestigt und anschließend in Position gebracht, so dass eine Kugel, die die Gerade hinunterrollt, in A startet und auf ihrem Weg nach unten den Punkt B passiert.

Info

Versuch

Auswertung

Lösung





Das Brachystochronen-Problem

1.3 Versuchsdurchführung

Du kannst nun die Durchlaufzeiten der Kugeln im Experiment bestimmen. Nimm mit einer Stoppuhr für jede Bahn zehnmal die Zeit, die die Kugel benötigt um von A nach B zu gelangen. Trage die gemessenen Durchlaufzeiten in Sekunden in die unten stehende Tabelle. Bilde anschließend den Mittelwert.

! Die Kugel sollte beim Loslassen möglichst keinen Schwung mitbekommen. Um dies bei der Geraden zu gewährleisten, kannst du die Kugel in Position bringen und durch ein Hindernis (z. B. Schraubenzieher) vom frühzeitigen Losrollen abhalten. Beim Start wird das Hindernis entfernt und die Kugel gleitet die Bahn ausschließlich unter Einfluss der Schwerkraft hinab. Bei der Zyклоide ist dein Fingerspitzengefühl gefragt.

| Versuchsnummer | Gerade Durchlaufzeit in Sekunden | Zyклоide Durchlaufzeit in Sekunden |
|----------------|----------------------------------------|------------------------------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| Mittelwert | | |

Info

Versuch

Auswertung




Lösung



Das Brachystochronen-Problem

2. Simulation einer Kugelbahn im Computer mit dem Programm EvoBrach

- Lade dir das Programm Evobrach auf deinen PC und öffne es.
- Wähle die Darstellungsform der Bahnen: Linie, Spline, Linien-Fläche, Spline-Fläche.
- Wähle aus, ob du dir die Werte anzeigen lassen willst oder die Bahnen in 3D dargestellt werden sollen.
- Wähle die Zahl der Stützstellen (zwischen 3 und 15). Notiere sie in der Tabelle.
- Drücke auf Start und beobachte wie die Brachystochrone langsam entsteht.
- Notiere die Durchlaufzeiten der Kugel für die Gerade, die Parabel und die Brachystochrone.
- Wiederhole die Simulation je 3 Mal mit unterschiedlicher Anzahl der Stützstellen. Notiere dir die Anzahl der Generationen, die notwendig waren, um die Optimierung mit Hilfe der Evolutionsstrategie durchzuführen sowie die Durchlaufzeit der Kugel für die Brachystochrone.

| | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |
| Alter: Ab 15 Jahre | Schwierig- keitsgrad: leicht | Dauer: 20 - 30 Minuten |

| Versuchs- nummer | Anzahl der Stützstellen | Anzahl der Generationen | Durchlaufzeit in Sekunden Brachystochrone |
|---------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| | | | Gerade: |
| | | | Parabel: |

Info

Versuch

Auswertung

Lösung