# Das Brachystochronen-Problem

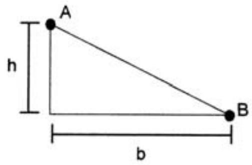
## 1. Aufgaben „Bau einer Kugelbahn"

Nachstehende Aufgaben können allesamt mit Hilfe der im Kasten zusammengestellten Formeln und Skizzen gelöst werden. Die Reibung bleibt in jedem Fall unberücksichtigt.

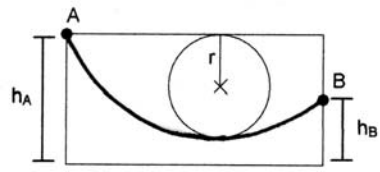
g ≈ 9,81 m/s² (Erdbeschleunigung)

**Durchlaufzeiten:**

Gerade: $$t_G = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \left( \frac{b^2}{h} + h \right)}$$




Zykloide: $$t_Z = 2 \cdot \sqrt{\frac{r}{g}} \cdot \left( \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{2r - (h_A - h_B)}{(h_A - h_B)}} \right)$$




**Geschwindigkeiten:**

Die Geschwindigkeit einer Kugel im Punkt P einer beliebigen Kurve ist ausschließlich vom zurückgelegten Höhenunterschied abhängig: $v = \sqrt{2g(h_A - h_P)}$

1.1. Berechne die Durchlaufzeiten der Kugel auf beiden Bahnen.

1.2. Vergleiche die theoretischen mit den experimentell ermittelten Durchlaufzeiten und interpretiere das Ergebnis.

1.3. Überlege an welcher Position die Kugel auf der Geraden ihre höchste Geschwindigkeit erreicht und berechne diese.

1.4. Diskutiere an welcher Position die Kugel entlang der Zykloiden ihre höchste Geschwindigkeit erreicht und berechne diese.

1.5. Erkläre mit dem Energieerhaltungssatz, dass die Endgeschwindigkeit der Kugel auf beiden Bahnen gleich ist und berechne sie. Überlege, warum dann nicht auch die Durchlaufzeiten gleich sind.

1.6. Überlege, wo eine Brachystochrone in der Technik eingesetzt werden könnte.

## 2. Aufgaben „Simulation einer Kugelbahn im Computer mit dem Programm EvoBrach"

2.1. Überlege, warum bei gleicher Anzahl von Stützstellen jedes Mal eine andere Anzahl von Generationen benötigt wird bis die optimierte Form – die Brachystochrone – entstanden ist.

2.2. Erkläre, warum die Kurve im Lauf der Optimierung mit der Evolutionsstrategie zum Teil sehr unregelmäßig aussieht.

