**Biomechanik-Versuche im Computer – geht das? Ja, mit den Geogebra-Modellen auf dieser Seite. Die dynamischen Modelle erlauben es biomechanische Zusammenhänge anschaulich darzustellen und eindrucksvoll zu erforschen.**

## Was sind Geograbra-Modelle zur Biomechanik?

Die nachfolgend beschriebenen *GeoGebra*-Modelle ermöglichen es, Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen und Kennwerten durch experimentelle Veränderung verschiedener Parameter zu beobachten. Mit Hilfe der *GeoGebra*-Modelle können zum einen Proportionalität und Antiproportionalität verschiedener Parameter demonstriert werden und zum anderen die Unabhängigkeit einer Variablen von einem anderen Parameter aufgezeigt werden.

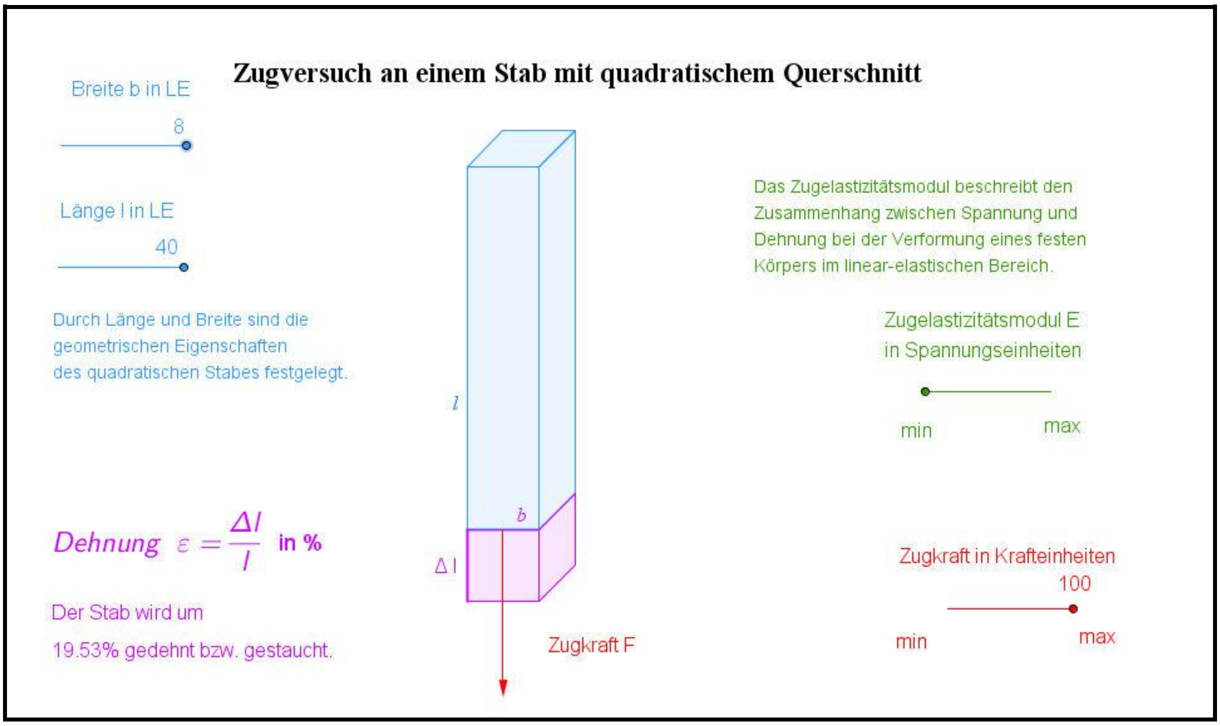
Da die Modelle nicht maßstabsgetreu sind, sondern so gewählt wurden, dass schon bei geringer Veränderung der Variablen Veränderungen der anderen Parameter deutlich sichtbar werden, können aus den Modellen keine quantitativen Aussagen über absolute Größenänderungen abgeleitet werden. Bis auf den beschriebenen multiplikativen Faktor stimmen die bei der Programmierung verwendeten Formeln jedoch mit der „Originalformel" überein. Änderungen von Größenverhältnissen und insbesondere Proportionalitäten bleiben somit erhalten.

Die Angabe physikalischer Einheiten erfolgt, wie in der mathematischen Modellierung üblich, in der allgemeinen Form. Die gebräuchlichen Abkürzungen LE für Längeneinheit und FE für Flächeneinheit wurden analog für andere Einheiten erweitert.

Der homogene, isotrope Stab oder Balken wird als Grundlage für die nachfolgenden Modelle genommen, die in der angegebenen Reihenfolge aufeinander aufbauen. Die Übertragung dieser Prinzipien auf biologische Materialien und Strukturen muss immer auch Plausibilitätsbetrachtungen einbeziehen, um die Anwendung des Modells auf die hochkomplexen natürlichen Strukturen, die sich durch ihre Anisotropie und Inhomogenität ausgezeichneten, zu rechtfertigen und seine Zweckmäßigkeit zu begründen. Im Folgenden werden fünf unterschiedliche Modelle beschrieben.

## 1. Stabzugmodell

**Beschreibung** — Das *GeoGebra*-Stabzugmodell demonstriert, wie eine Zugkraft *F* auf einen senkrecht eingespannten Stab wirkt. Das Modell beschränkt sich auf die Modellierung der Dehnung im linear-elastischen Bereich, in welchem die Spannung zur Dehnung proportional ist. Die Zugkraft *F* ist über einen Schieberegler regulierbar. Die geometrischen Größen des Stabes mit quadratischem Querschnitt, das heißt, seine Breite und Höhe und somit seine Querschnittsfläche, wie auch seine Länge sind variabel. Veränderbar ist auch der Materialkennwert des Elastizitätsmoduls. Die Dehnung kann in Form einer Längenänderung des Stabes qualitativ beobachtet werden.

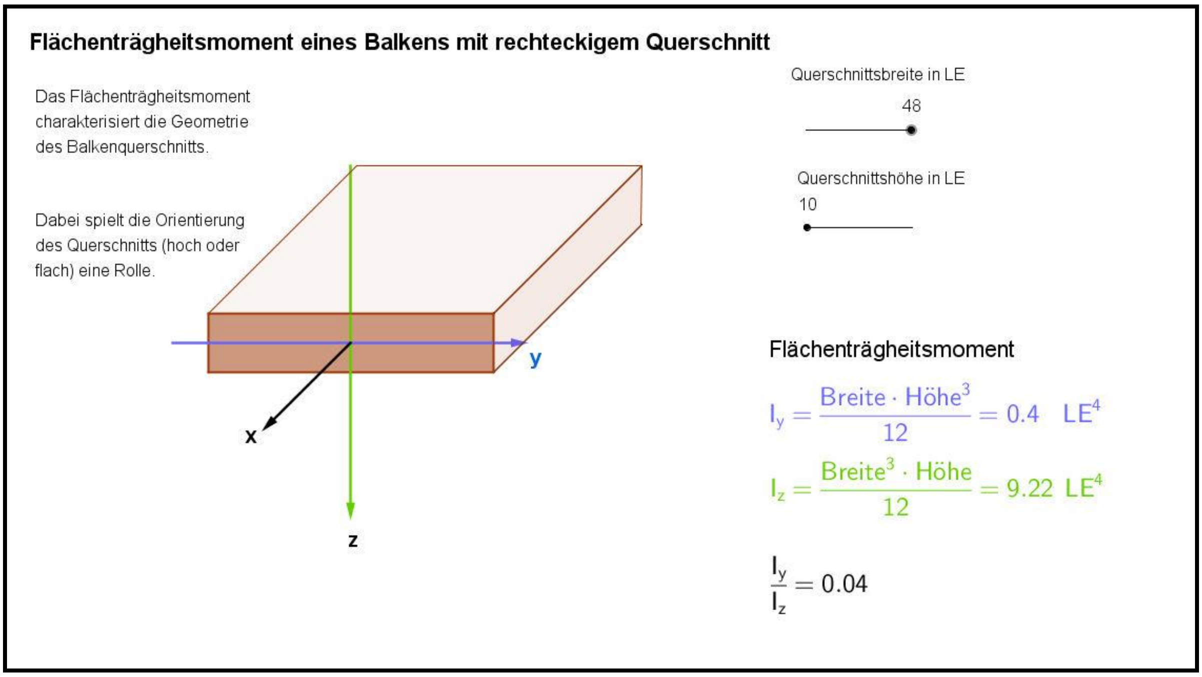



**Vorkenntnisse** — Spannung ist definiert als Kraft pro Ausgangsfläche. Dehnung ist definiert als Quotient aus Längenänderungen und Anfangslänge. Im linear-elastischen Bereich sind Spannung und Dehnung proportional (Hooksches Gesetz). Der Proportionalitätsfaktor ist das Elastizitätsmodul, ein Materialkennwert.

**Lernziele** — Die Dehnung hängt von der Querschnittsfläche ab, nicht jedoch von der Länge des Stabes. Der Elastizitätsmodul *E* ist antiproportional zur Dehnung. Das Deformationsverhalten des Materials ist auf den linear-elastischen Bereich begrenzt, in dem das Hooksche Gesetz gilt. Werden negative Zugkräfte, d. h. Druckkräfte zugelassen, so lässt sich das Modell erweitern. Somit wird die Verwandtschaft von Druck und Zug dargestellt. Ein Modell für den Druckversuch entsteht so aus dem Zugversuch und verdeutlicht die enge Beziehung der beiden Lastfälle.

## 2. Flächenträgheitsmoment

**Beschreibung** — Das Flächenträgheitsmoment ist die geometrische Kenngröße, welche die Biegesteifigkeit der Probe beeinflusst. Der Einfluss der Orientierung einer Querschnittsform auf das Flächenträgheitsmoment soll durch dieses Modell dargestellt werden. Die Abmessungen des rechteckigen Querschnitts des Balkens sind regulierbar. Ein Längenwert geht in dreifacher Potenz in die Berechnung des Flächenträgheitsmoments ein, während der andere nur linear berücksichtigt wird. Werden Länge und Höhe verändert, verändert sich entsprechend auch das axialen Flächenträgheitsmoment. Entscheidend für die Berechnung des axialen Flächenträgheitsmoments ist, ob der Stab in z- oder y-Richtung gebogen werden soll. Zum Vergleich der beiden axialen Flächenträgheitsmomente $I_z$ und $I_y$ wird deren Quotient angezeigt.

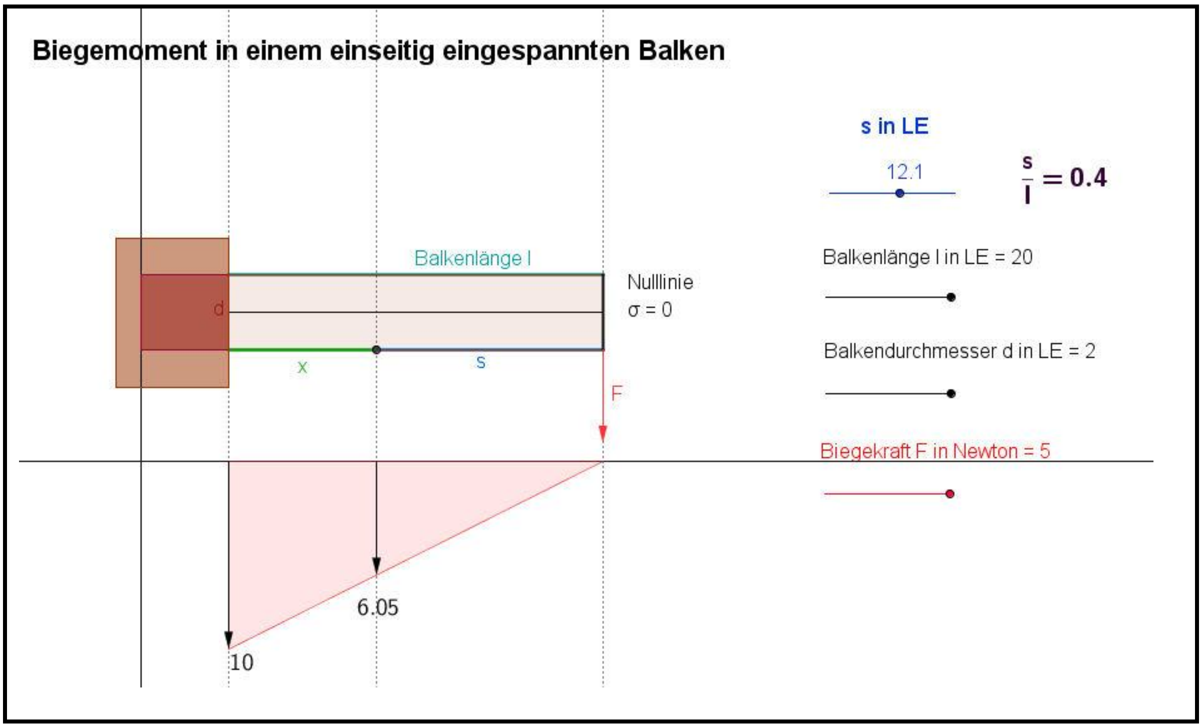



**Vorkenntnisse** — Die Begriffe mechanische Spannung als Kraft pro Ausgangsfläche sowie Dehnung als Quotient aus Längenänderung und Ausgangslänge werden für das Verständnis des axialen Flächenträgheitsmoments benötigt.

**Lernziele** — Ziel des Modells ist es, die Abhängigkeit des Flächenträgheitsmoments von der Querschnittsfläche und deren Orientierung bei Biegebeanspruchung festzustellen und dazu Anwendungen aus dem Alltag zu finden. Exemplarisch wird die Formel des axialen Flächenträgheitsmoments eines rechteckigen Querschnitts bestimmt. Eine Weiterführung zum polaren Flächenträgheitsmoment (bei Torsionsbelastung) ist möglich.

## 3. Biegemoment eines einseitig eingespannten Balkens

**Beschreibung** — Eine Kraft, die im Zweipunktbiegeversuch parallel zum Querschnitt eines Balkens angreift, erzeugt ein Biegemoment. Es wird die Veränderung des Biegemoments entlang der Balkenlängsachse untersucht. Bei diesem Modell werden Proportionalitäten zu verschiedenen physikalischen und geometrischen Größen erarbeitet. Länge und Breite des Balkens sind regulierbar. Für die Modelleigenschaften spielt es keine Rolle, ob ein kreisförmiger oder quadratischer Querschnitt betrachtet wird. Die Biegekraft kann über einen Schieberegler reguliert werden. Die Momentenfläche bietet ein anschauliches Maß für die Änderung des Biegemoments. Eine Skalierung der Achse ermöglicht das Erkennen von Proportionalitätsbeziehungen. Daraus lässt sich die Formel für das Biegemoment herleiten.

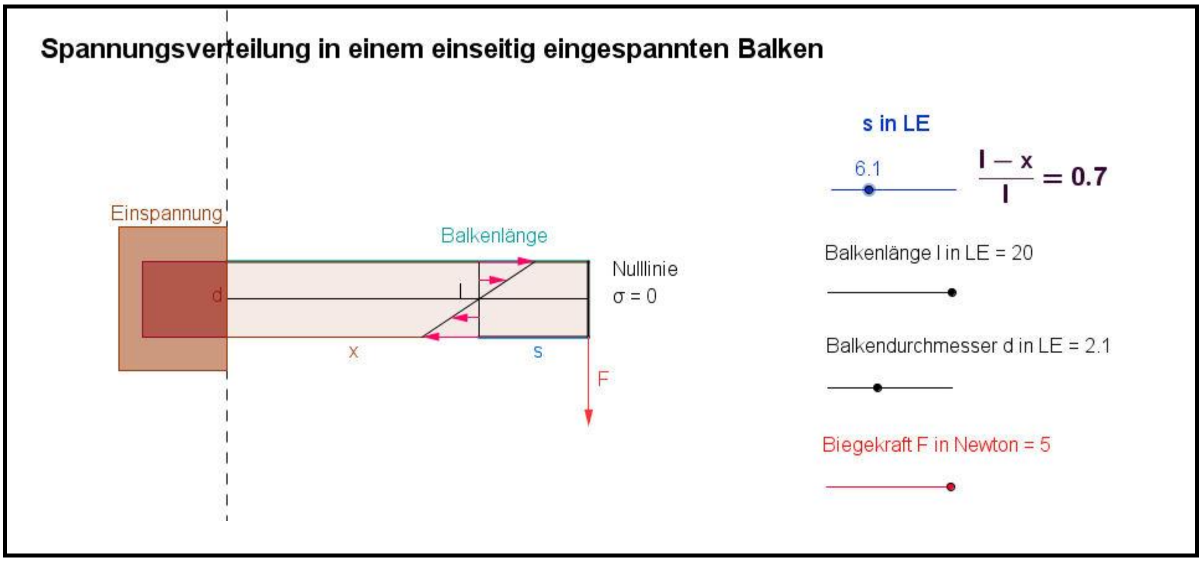



**Vorkenntnisse** — Die Biegespannung setzt sich zusammen aus Zug- und Druckspannungen, daher sind diese Größen Grundlage für das Verständnis des Biegevorgangs. Zwei-, Drei- und Vierpunktbiegung sollten als Methoden bekannt sein, damit keine einseitige Fokussierung auf die im Modell verwendete Zweipunktbiegung stattfindet.

**Lernziele** — Wichtigste Erkenntnis in diesem Modell ist die Abhängigkeit des Biegemoments von der Länge des Balkens (Kraftarm) und die Unabhängigkeit vom Querschnitt. Zudem sollte diskutiert werden, dass für einen ruhenden Balken Momente auftreten, die dem Biegemoment entgegengerichtet sind.

# 4. Biegespannung

**Beschreibung** — Nachdem im vorherigen Modell das Biegemoment an einem einseitig eingespannten Balken untersucht wurde, soll nun die Verteilung der Biegespannung betrachtet werden. Die Biegekraft ist variabel. Querschnitt und Länge der Probe können verändert werden, um deren Einfluss auf die Spannungsverteilung festzustellen. Angezeigt wird die maximale Zugspannung in der Randfaser in Abhängigkeit von der Entfernung des Querschnitts von der Einspannstelle (geometrische Größen) und der Zugkraft.

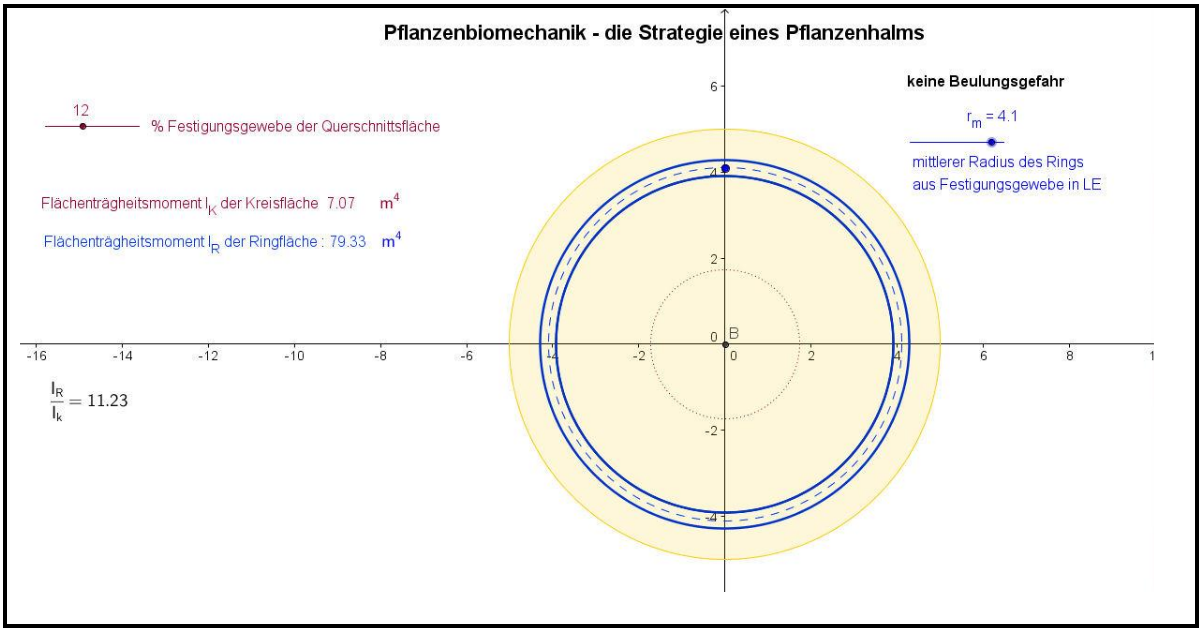



**Vorkenntnisse** — Das Flächenträgheitsmoment sowie die dazugehörigen physikalischen Größen werden für die Bestimmung der Biegespannung benötigt.

**Lernziele** — Im Gegensatz zum Biegemoment ändert sich die Biegespannung mit der Form des Querschnitts und über die Querschnittsfläche hinweg. Innerhalb des Querschnitts gibt es eine neutrale Achse, entlang der keine Spannungen wirken. Von dort ausgehend wirkt auf einer Seite eine zunehmende Zugspannung, auf der anderen Seite eine zunehmende Druckspannung. In den Randfasern ist die mechanische Spannung maximal. Bei homogenen, isotropen Materialien versagt der biegebeanspruchte Balken in der Randfaser an der Einspannstelle, denn dort entstehen Spannungsspitzen. Es können Überlegungen angestellt werden, wie solche Spannungsspitzen vermieden werden können.

# 5. Stabilität in der Pflanzenbiomechanik

**Beschreibung** — In diesem Modell erfolgt die Anwendung der biomechanischen Grundlagen auf ein Beispiel der Pflanzenbiomechanik. Die Funktion von verholztem dickwandigem Festigungsgewebe (Sklerenchym) und dessen Lokalisierung im Querschnitt eines Pflanzenhalmes werden betrachtet. Die Größe der Sklerenchym-fläche kann variabel gewählt werden, sowie der Radius der sich ergebenden Sklerenchymringfläche. Das Flächenträgheitsmoment wird in Abhängigkeit vom Radius und der Sklerenchymfläche angezeigt.




**Vorkenntnisse** — Die Kenntnis der Ergebnisse aus den Abschnitten Axiales Flächenträgheitsmoment, Biegemoment und Biegespannung sind für das Verständnis hilfreich. Zudem sollten die Begriffe „Beulung" und „Knickung" bei hohlen Quer-schnitten bekannt sein.

**Lernziele** — In diesem Modell wird die optimale Verteilung biegesteifen Materials über den Querschnitt einer Pflanzenachse entwickelt. Anschließend werden Über-legungen zur Einsparung von Gewicht angestellt. Dadurch sind die theoretischen Grundlagen gegeben, um die Konstruktion eines hohlen Pflanzenhalmes zu diskutieren, hier am Beispiel der optimalen Lage des Festigungsgewebes beim Winterschachtelhalm (*Equisetum hymenale*) zu verstehen. Stabilität und Leichtbau werden gegeneinander abgewogen.